

## 2. Tratamento estatístico de sinais

Um problema típico com variáveis elétricas é verificar se uma determinada grandeza viola um limite pré-fixado em alguma fração do tempo de observação.

Esse problema ocorre, por exemplo, com as flutuações de tensão em redes de distribuição que alimentam cargas variáveis. Dependendo da faixa de frequências dessas flutuações e da amplitude das variações, podem ocorrer problemas que afetam outras cargas e consumidores.

Por exemplo, se as flutuações ocorrerem na faixa 0-30 Hz, poderá ocorrer o fenômeno da cintilação luminosa ("*lamp flicker*"), que é o incômodo visual provocado pela variação da luminosidade das lâmpadas devido às variações da tensão. O problema torna-se crítico em algumas instalações porque uma flutuação sustentada de apenas 0,2 % da tensão em torno de 9 Hz pode se tornar perceptível como efeito *flicker* em um sistema de iluminação baseado em lâmpadas incandescentes.

Variações mais elevadas na tensão podem afetar dispositivos sensíveis como microcomputadores, equipamentos hospitalares, instrumentos de medição, etc.

As normas prevêm limites para essas variações, tanto em termos de "flicker" como de sub e sobretensão e da duração dos eventos.

Suponha-se que são dados os limites máximo ( $V_{max}$ ) e mínimo ( $V_{min}$ ) da tensão e a duração relativa que esses limites podem ser violados.

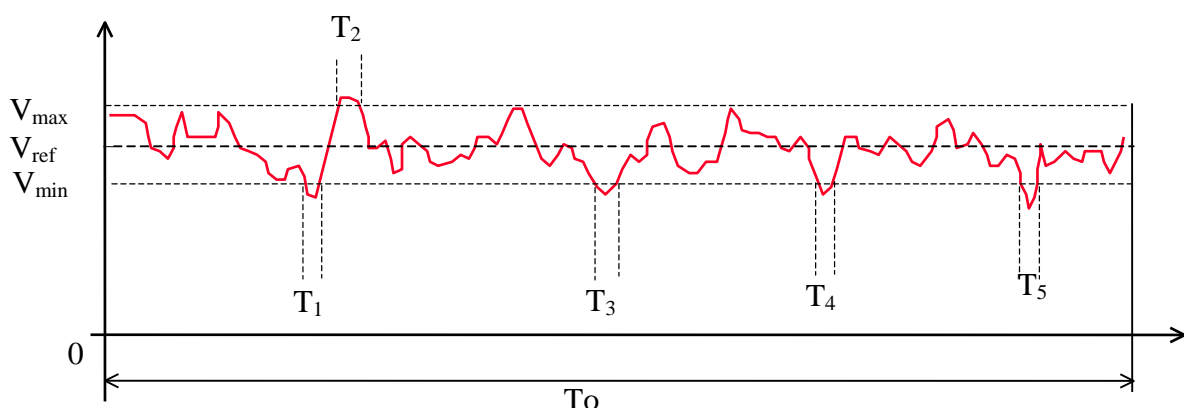


Figura 2.1 Tensão (valor eficaz) durante intervalo de observação  $T_o$ .

Para o limite mínimo pode-se querer saber se a duração da violação é menor que, por exemplo, 1% do intervalo de observação. Isso equivale a dizer que em 99% do tempo a variável está acima deste valor mínimo:

$$\frac{T_1 + T_3 + T_4 + T_5}{T_o} \cdot 100 < 1\%$$

e, para o limite máximo, se:  $\frac{T_2}{T_o} \cdot 100 < 1\%$ .

Pode-se desejar saber também qual a tensão média do período de observação. Através do registro gráfico do nível da tensão podem-se obter essas respostas, porém o trabalho para extrair essa informação de forma analógica seria enorme. Esse é um problema típico para se resolver digitalmente, através da devida amostragem do sinal.

### 2.1 Processo de amostragem e classificação

Para automatizar a solução do problema pode-se estabelecer um procedimento com as seguintes etapas:

**Etapa 1 - Discretizar em níveis a faixa de valores da grandeza que será avaliada.**

Nesta análise, o número de níveis de discretização afeta a precisão do resultado de classificação, de modo que se deve definir o número de níveis em função do erro máximo que se admite na classificação, o que tipicamente é especificado pelas normas.

Por exemplo, para um erro de discretização menor ou igual a 1%, usa-se, no mínimo, 100 níveis de classificação (supostos de igual valor).

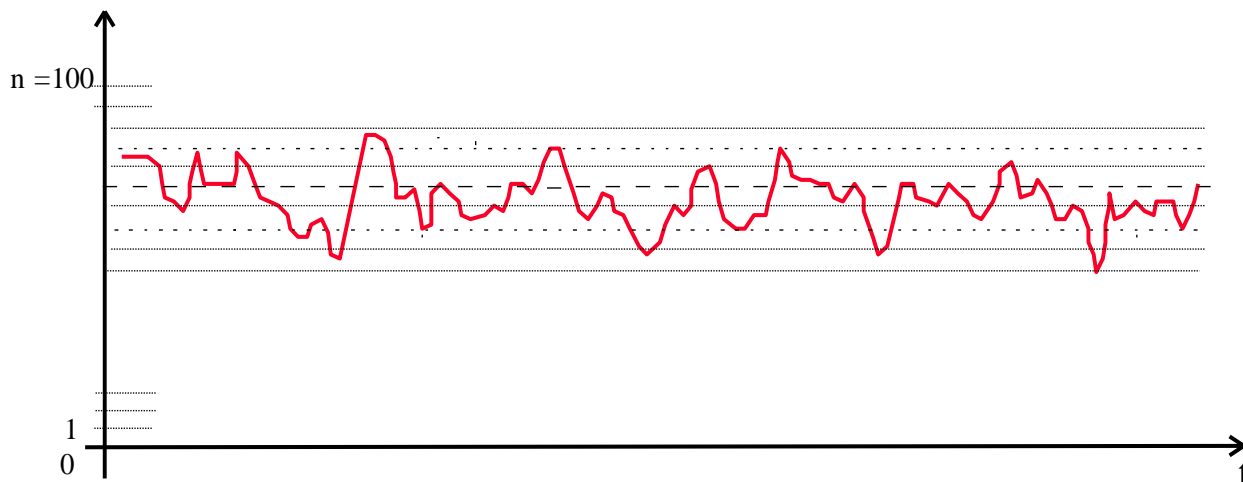


Figura 2.2 Discretização por níveis.

O PRODIST, no que se refere à verificação da tensão de atendimento, estabelece faixas (cujo valor absoluto depende do nível de tensão), de modo que a verificação se dá em relação à quantificação da violação de cada limite.

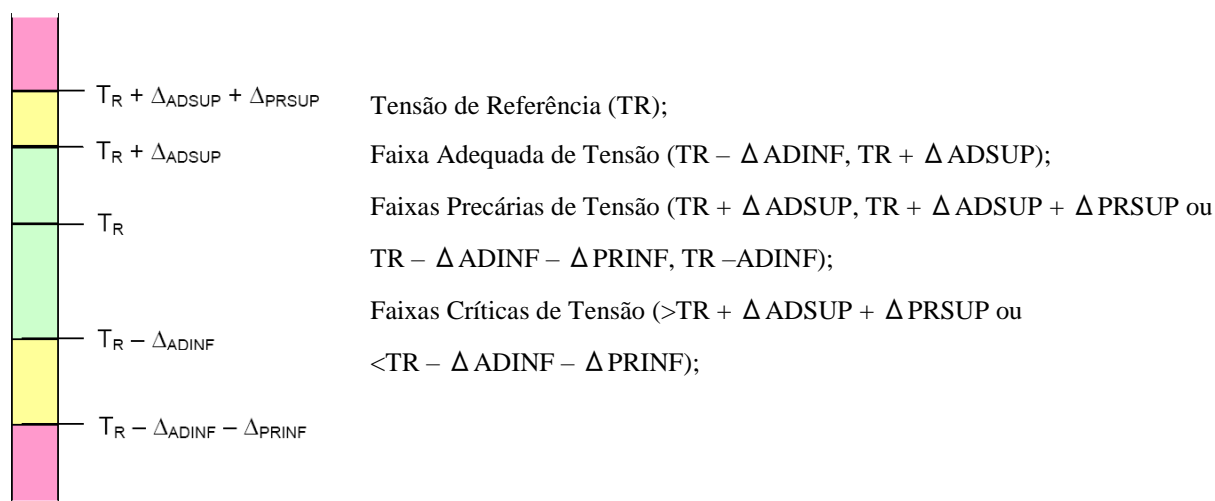


Figura 2.3 Limites de tensão de atendimento segundo o PRODIST

**Etapa 2 - Amostrar o sinal em intervalos iguais de tempo Δt**

A escolha de Δt se baseia em dois princípios:

- i - frequência máxima que se deseja discriminar;
- ii - número máximo de amostras que se deseja obter.

A frequência máxima observável corresponde a:  $f_{max} = \frac{1}{2\Delta t}$  (Teorema da amostragem)

e o número máximo de amostras resultantes portanto será:  $N = \frac{T_o}{\Delta t}$

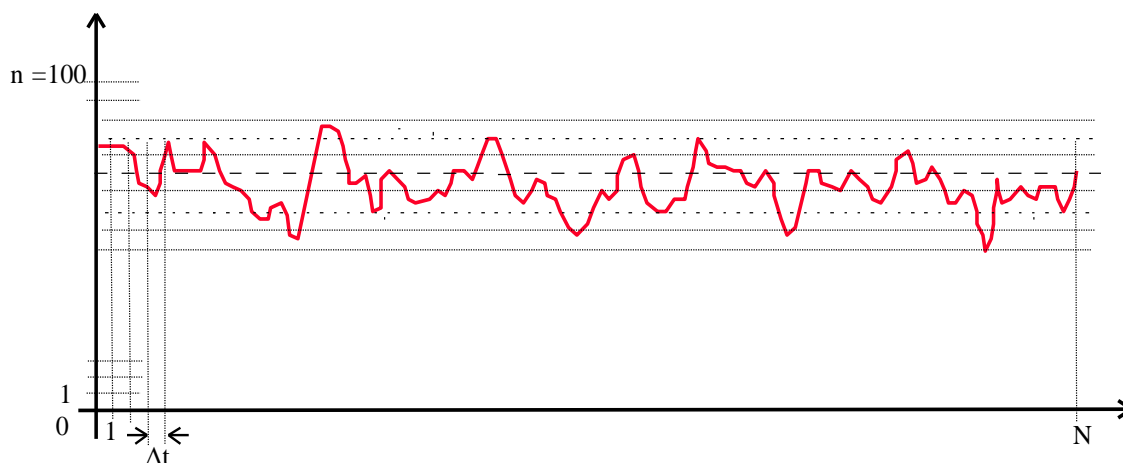


Figura 2.4 Discretização temporal (amostragem).

O PRODIST estabelece que o conjunto de leituras para gerar os indicadores individuais de tensão eficaz deve compreender o registro de 1008 leituras válidas, obtidas em intervalos consecutivos (período de integralização) de 10 minutos cada, salvo as que eventualmente sejam expurgadas (por erros de medição ou outras circunstâncias estabelecidas no documento). No intuito de se obter 1008 leituras válidas, intervalos adicionais devem ser agregados, sempre consecutivamente. Esse intervalo equivale a uma semana de medição.

Os valores devem ser calculados a partir das amostras coletadas em janelas sucessivas. Cada janela compreende uma sequência de doze ciclos de 60 Hz (0,2 segundos).

Após a obtenção do conjunto de leituras válidas, devem ser calculados os índices de duração relativa da transgressão para tensão precária (DRP) e o para tensão crítica (DRC) de acordo com as seguintes expressões:

$$DRP = \frac{nlp}{1008} \cdot 100[\%]$$

$$DRC = \frac{nlc}{1008} \cdot 100[\%]$$

*nlp* e *nlc* representam o maior valor entre as fases do número de leituras situadas nas faixas precária e crítica, respectivamente.

### Etapa 3 - Classificar as amostras em função dos níveis discretizados

Outra maneira de verificar as violações, graficamente, é a partir do "histograma de ocorrências". Isso corresponde a contar o número de vezes em que cada nível é observado, eliminando-se a variável temporal.

O histograma mostra qual a distribuição das observações para os diferentes níveis de discretização. Notar que se perde o vínculo temporal das amostras, ou seja, não se sabe mais *quando* cada amostra foi observada.

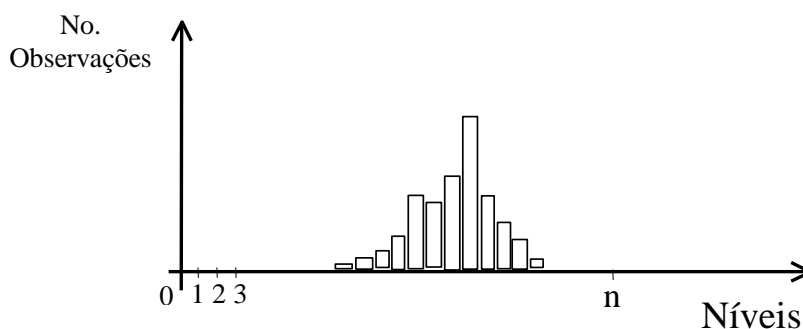


Figura 2.5 Histograma de observações por nível.

**Etapa 4 - Normalizar o histograma**

Como a soma do conteúdo de todas as classes deve ser igual ao número total de observações, ou seja:

$$\sum_{i=1}^n n_i = N ,$$

a normalização do histograma consiste em dividir todos os valores por N, resultando:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N} = 1$$

Dessa forma pode-se interpretar o histograma normalizado como sendo a curva de distribuição das ocorrências (frequências) estatísticas dos níveis da tensão amostrada.

**Etapa 5 - Obter a curva das frequências acumuladas**

A soma acumulada das frequências normalizadas produz a curva de probabilidade de "estar abaixo" de um dado nível *i*:

$$FA_i = \sum_{l=1}^i \frac{n_l}{N}$$

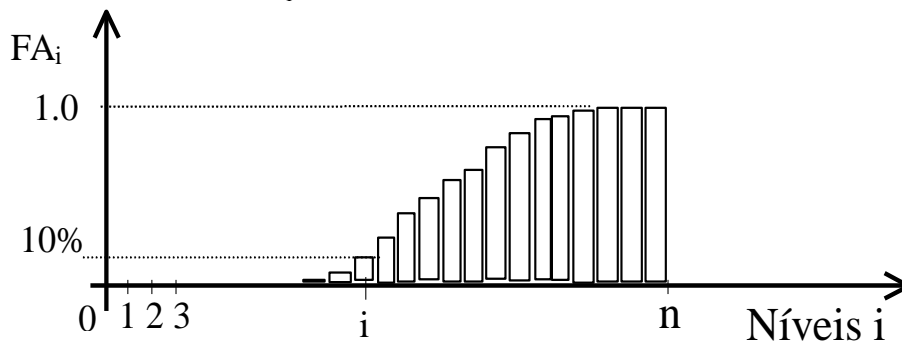


Figura 2.6 Função Acumulativa de Probabilidades

A interpretação de "estar abaixo" decorre do fato de que qualquer valor de *FA<sub>i</sub>* expressa a probabilidade de uma amostra estar abaixo do nível *i* e, portanto, é uma curva de violação de limites mínimos.

**Etapa 6 - Obter a curva complementar**

A função cumulativa complementar é dada por:  $FAC_i = 1 - FA_i$  e, portanto, assume a forma complementar da curva anterior:

Essa curva é interpretada como probabilidade de "estar acima" e, por isso, é uma curva de violação de limites máximos. O valor de *FAC<sub>i</sub>* expressa a probabilidade de uma amostra estar acima do nível *i*, ou de ultrapassar o limite *i*.

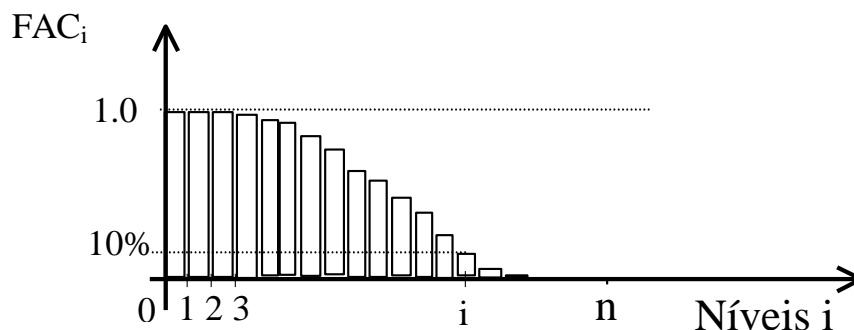


Figura 2.7 Função acumulativa complementar

### Etapa 7 - Determinação de pontos de teste

Como a discretização produz curvas descontínuas (degraus), é necessário utilizar interpolações para se testar os limites fixados.

Outra possibilidade consiste em suavizar as curvas por linearização ou aproximação por polinômios para fazer o teste de limites:

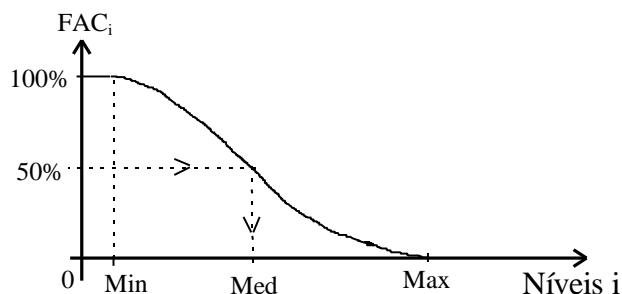


Figura 2.8 Função complementar suavizada.

A determinação dos níveis Max e Min é quase imediata (pontos extremos). O nível médio (Med) também pode ser obtido com facilidade.

Uma vez que a amostragem foi feita com intervalos regulares de tempo  $\Delta t$ , pode-se relacionar diretamente o número de amostras com o tempo de observação (mas não com o momento da ocorrência). Assim a fração de amostras que ultrapassam certo nível mede também a fração do tempo acumulado em que ocorreram tais violações:

$$x\% = \frac{t_{viol}}{T_o} \cdot 100\% = \frac{n_{viol} \cdot \Delta t}{N \cdot \Delta t} \cdot 100\% = \frac{n_{viol}}{N} \cdot 100\%$$

### 2.2 Exemplo:

Uma classe de 100 alunos apresenta a seguinte distribuição de alturas:

$1,50 \leq h < 1,60\text{m}$	→ 5%
$1,60 \leq h < 1,70\text{m}$	→ 49%
$1,70 \leq h < 1,80\text{m}$	→ 37%
$1,80 \leq h < 1,90\text{m}$	→ 8%
$1,90 \leq h < 2,00\text{m}$	→ 1%

- Supondo representação central por classe <sup>a</sup>, estimar a altura média da turma;
- Estimar a altura ultrapassada por 10% dos alunos usando interpolação linear;
- Qual a altura que não é alcançada por 10% dos alunos?

### Solução

1) Histograma de distribuição dos alunos por altura:

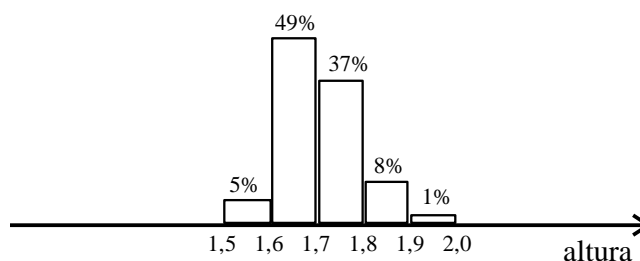


Figura 2.9 Histograma por categorias

<sup>a</sup> A altura de cada classe é tomada como o valor médio à classe. Por exemplo, para alturas entre 1,5 e 1,6 m toma-se o valor 1,55 m.

a) Média ponderada

$$h_{med} = \frac{\sum h_i \cdot p_i \%}{\sum p_i \%} = \frac{1,55 \cdot 5 + 1,65 \cdot 49 + 1,75 \cdot 37 + 1,85 \cdot 8 + 1,95 \cdot 1}{100} = 1,701m$$

b) Função acumulativa

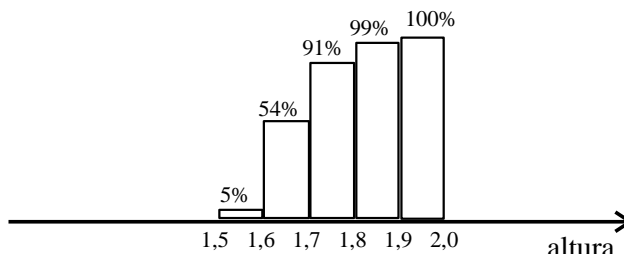
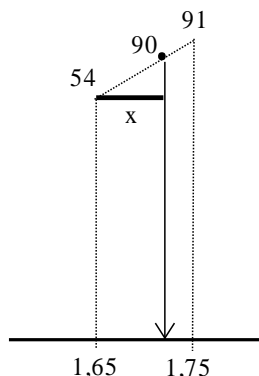


Figura 2.10 Função acumulativa

Para estimar a altura superada pelos 10% de alunos mais altos deve-se estudar o que ocorre nos agrupamentos adjacentes ao limite buscado (e não explicitado a priori) considerando as classes  $1,5 \leq h < 1,6$  e  $1,6 \leq h < 1,7$ . Pela representação central adotada, essas classes têm, respectivamente, alturas 1,65 e 1,75m.

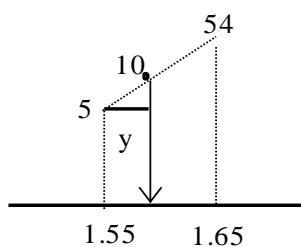
Fazendo interpolação linear entre os pontos médios dessas classes, com o objetivo de estimar o valor de 90%, tem-se:



$$\frac{x}{0,10} = \frac{90 - 54}{91 - 54} = \frac{36}{37} \Rightarrow x = \frac{3,6}{37} = 0,0973$$

Portanto a altura ultrapassada pelos 10% mais altos é estimada em:  $h_{10}^+ = 1,65 + 0,0973 = 1,7473m$

c) Estimativa para os 10% alunos mais baixos:



Neste caso, tem-se:

$$\frac{y}{0,1} = \frac{10 - 5}{54 - 5} = \frac{5}{49}$$

$$y = 0,1 \cdot \frac{5}{49} = 0,005$$

$$h_{10}^- = 1,55 + 0,005 = 1,555m$$

Notar que a hipótese de representar cada classe pelo valor médio pode afetar bastante o resultado, principalmente quando são poucas as classes. Porém, quando o número de classes é elevado, esse erro se reduz.

### 2.3 Exemplos de medições

As figuras a seguir mostram resultados de medições em uma subestação. No primeiro caso tem-se a tensão de uma fase (valor eficaz) e a correspondente função cumulativa complementar.

A tensão mínima (que é superada 100% das amostras) é 8,06 kV. A tensão de 8,28 kV é superada em aproximadamente 2,5 % das amostras. Uma maior precisão pode ser obtida com as devidas interpolações.

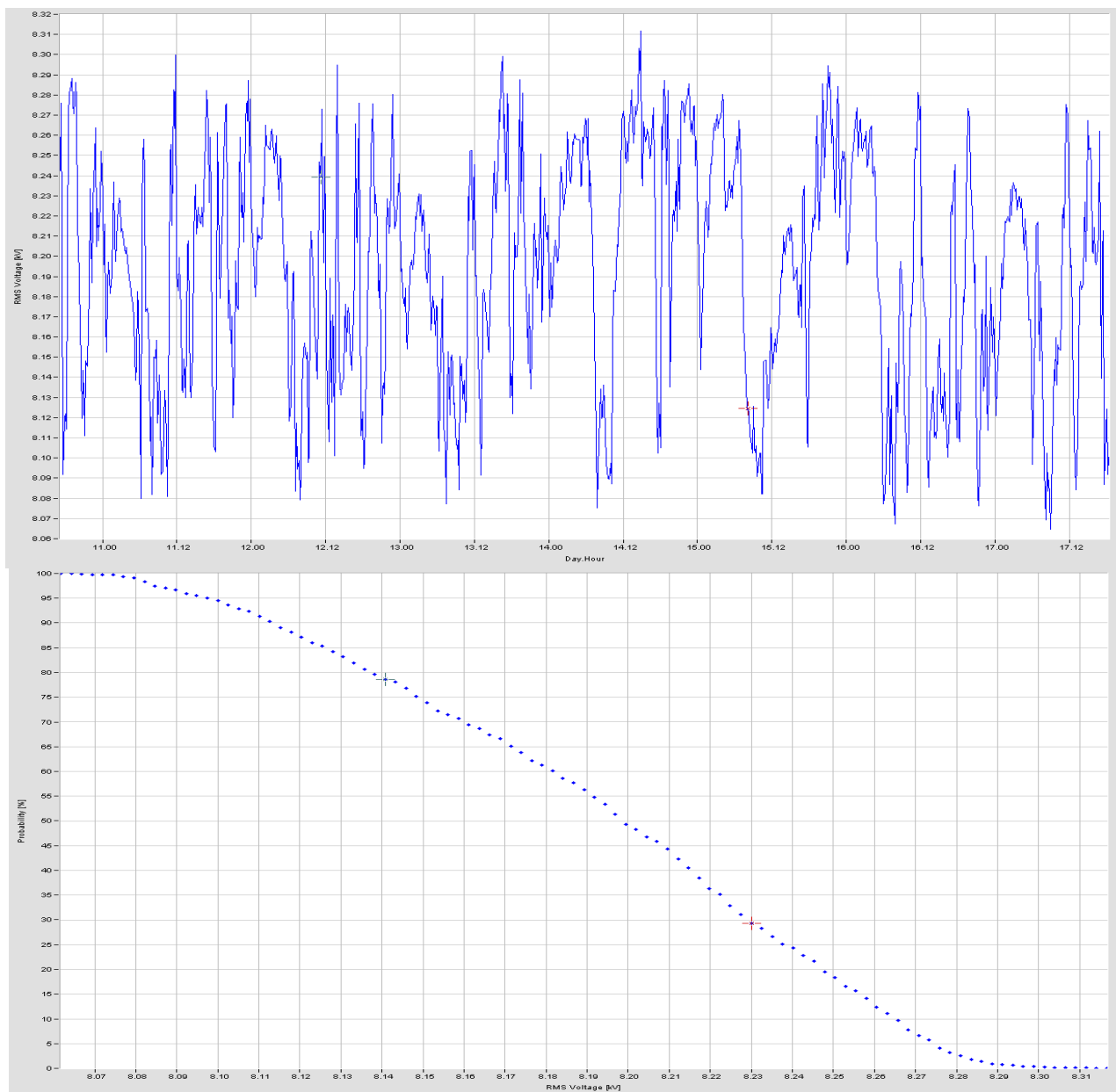


Figura 2.11 Valor eficaz de tensão e função cumulativa complementar.

No exemplo que segue, a variável considerada é a DHT da tensão. A distorção mínima é de 1,1%, enquanto a máxima é de 3,2%. A probabilidade de ter uma DHT maior que 3% é de 2,5%.

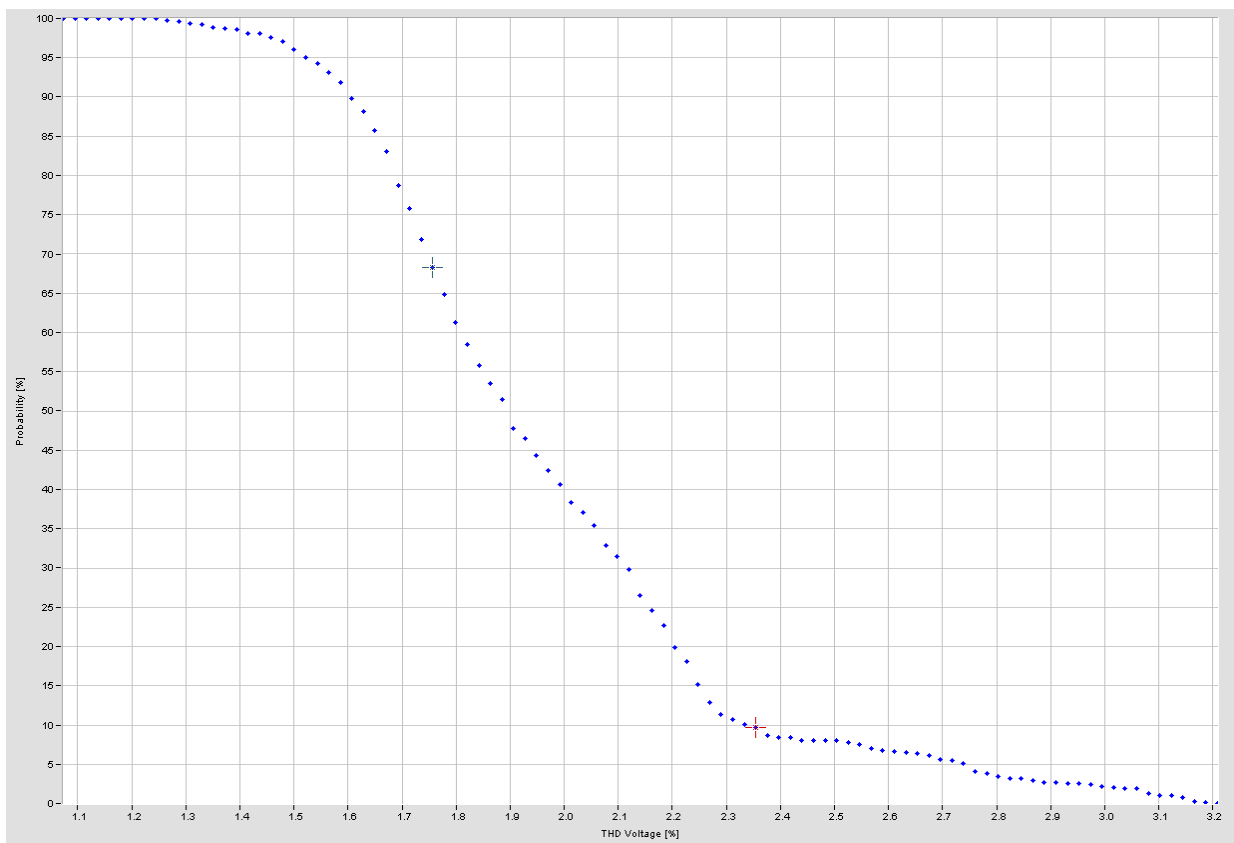
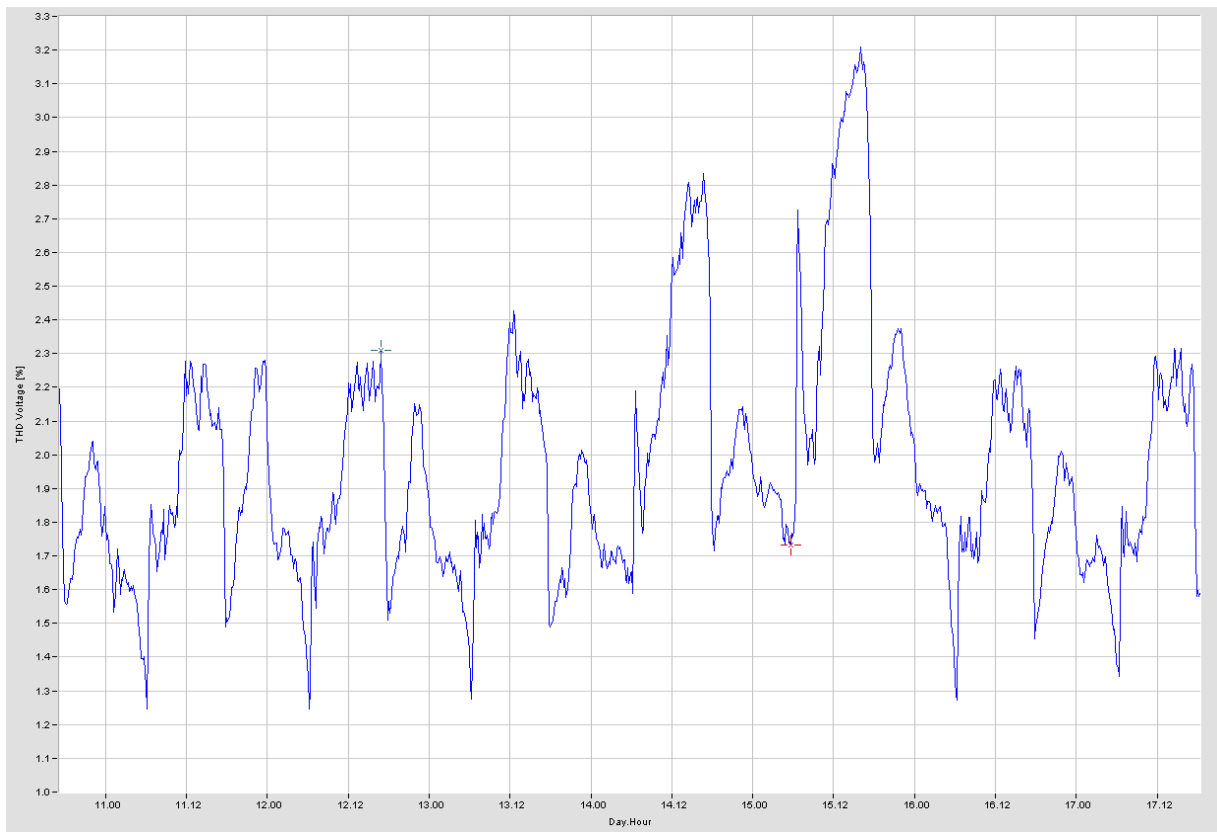


Figura 2.12 DHT da tensão e correspondente FAC.



A norma IEC 61000-4-30<sup>[1]</sup> (utilizada como referência pela ANEEL), define o comportamento dos aparelhos utilizados na aferição da QEE. A IEC 61000-4-7<sup>[2]</sup> define aspectos específicos para equipamentos destinados à análise espectral.

A cada janela de medição de 200 ms (10 ciclos de 50Hz ou 12 ciclos de 60 Hz) produz-se um valor da grandeza de interesse. Tais valores básicos são agregados em intervalos consecutivos de 3 segundos (totalizando 15 amostras básicas). Com isso se produz um novo valor, representado pela média quadrática dos valores básicos. Até este ponto é o processamento descrito pela IEC 61000-4-7. O processamento posterior tem a ver com as especificações de cada norma nacional.

No caso do PRODIST é preciso que tais valores de “curtíssima duração” sejam agregados em intervalos de 10 minutos, novamente aplicando a média quadrática. Produz-se assim um valor representativo de “curta duração” a cada 10 minutos. Ao longo de um dia serão obtidas 144 amostras e, ao longo de uma semana, serão 1008 valores a serem analisados.

No caso do PRODIST a verificação de conformidade utiliza o tratamento estatístico de 1008 amostras válidas, considerando o percentil 95. Ou seja, a grandeza estará em conformidade com o estabelecido se 95% das amostras estiverem abaixo do limite estabelecido.

A figura 2.13 se refere a uma campanha de medição que envolveu 114 pontos de medição. A figura ilustra os valores colhidos ao longo de 24 horas (amostras de curta duração:10 minutos). A curva “média” indica a DTT média entre todos os locais medidos. Em torno desta, uma faixa de um desvio padrão, dentro da qual estão 77% dos locais medidos. A linha P95% indica o limite abaixo do qual estão 95% dos pontos de medição. Recorde-se que o PRODIST especifica a análise de 1 semana (1008 medições) e tem como limite DTT=10%.

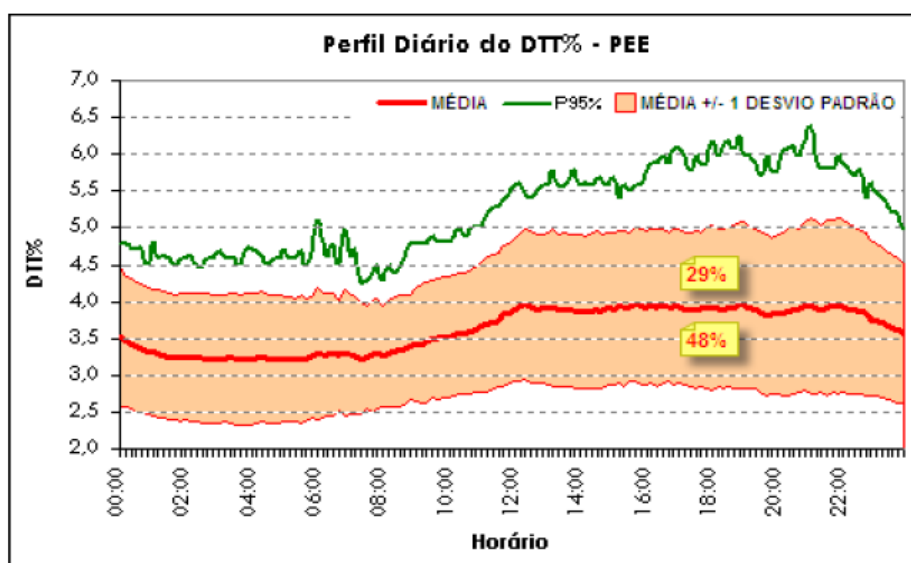


Figura 2.13 Perfil diário de DHT da tensão<sup>[3]</sup>

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- <sup>[1]</sup> International Electrotechnical Commission - IEC 61000-4-30: Testing and measurement techniques — Power quality measurement methods, 2015.
- <sup>[2]</sup> International Electrotechnical Commission - IEC 61000-4-7: Testing and measurement techniques – General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto, 2011
- <sup>[3]</sup> André Luis Zago de Grandi, Jules Renato V. Carneiro, “Caracterização das Distorções Harmônicas de Tensão em Circuitos Secundários de Baixa Tensão”, CBQEE 2009, Blumenau, 2009.